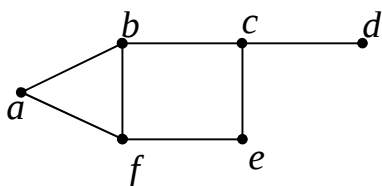


چند نمونه سؤال در مورد احاطه گری

ریاضیات گسسته پایه ۱۲ ریاضی فیزیک

۱: گراف مقابل را در نظر بگیرید. سپس:



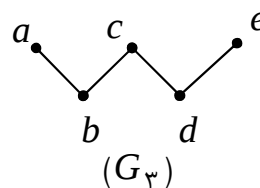
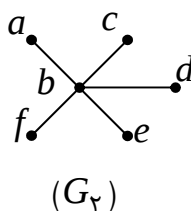
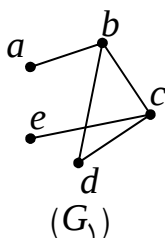
الف: یک مجموعه‌ی احاطه گر بنویسید.

ب: یک مجموعه‌ی احاطه گر می نیمال بنویسید.

ج: یک مجموعه‌ی احاطه گر می نیمم بنویسید.

حل: الف: $\{a, b, e, d\}$ ب: $\{a, f, d\}$ ج: $\{c, f\}$

۲: عدد احاطه گری را برای هر یک از گراف های زیر تعیین کنید.



حل:

G_3	G_2	G_1	گراف
$\left\lceil \frac{5}{2+1} \right\rceil = 2 \leq \gamma(G_3)$	$\left\lceil \frac{6}{5+1} \right\rceil = 1 \leq \gamma(G_2)$	$\left\lceil \frac{5}{3+1} \right\rceil = 2 \leq \gamma(G_1)$	کران پایین
$\{b, d\}$	$\{b\}$	$\{a, c\}$	مجموعه‌ی احاطه گر
$\gamma(G_3) = 2$	$\gamma(G_2) = 1$	$\gamma(G_1) = 2$	عدد احاطه گری

۳: در هر قسمت تعیین کنید، آیا گراف ۲ - منتظم ۷ رأسی وجود دارد که دارای شرایط ذکر شده باشد؟ در صورت وجود، گراف را نیز رسم کنید.

الف : عدد احاطه گر آن ۲ باشد. ب : عدد احاطه گر آن ۳ باشد.

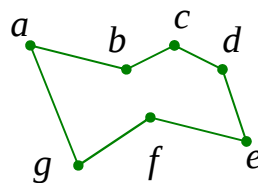
حل:

الف : چنین گرافی وجود ندارد، زیرا عدد احاطه گری این گراف برابر

$$\gamma(G) = \left\lceil \frac{7}{2+1} \right\rceil = 3$$

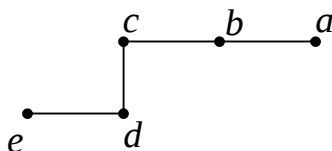
که بیشتر از ۲ می باشد.

ب : چنین گرافی وجود دارد. مجموعه‌ی $\{a, d, e\}$ احاطه گر است و لذا $\gamma(G) = 3$



۴: یک گراف ۵ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید.

حل:



۵: شهری دارای ۱۱ میدان است و هر میدان شهر از طریق خیابان ها حداکثر به ۴ میدان دیگر متصل است. می

خواهیم در بعضی از میدان ها نمازخانه بسازیم به طوری که هر شخصی در هر یک از میدان های شهر که باشد،

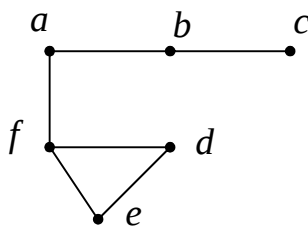
یا در همان میدانی که ایستاده به نماز خانه دسترسی داشته باشد یا در میدان مجاور آن. به نظر شما، آیا با ساخت

۲ نماز خانه می توانیم به این هدف برسیم؟ چرا؟

حل: چون کران پایین عدد احاطه گری ۳ است، پس با تعداد کمتر از ۳ نماز خانه به هدف نمی رسیم و حداقل به تعداد ۳ نمازخانه لازم است.

$$\gamma(G) = \left\lceil \frac{11}{4+1} \right\rceil = 3$$

۶: در گراف روبرو



الف : مجموعه ای از رئوس را مشخص کنید که احاطه گر باشد.

ب : یک مجموعه ی احاطه گر می نیمال بنویسید.

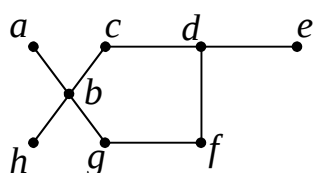
پ : یک مجموعه ی احاطه گر می نیمم بنویسید.

ت : یک مجموعه ی احاطه گر می نیمال بنویسید که می نیمم نباشد.

حل:

توصیف	مجموعه	
مجموعه ی احاطه گر	$\{a, c, e, d\}$	الف
مجموعه ی احاطه گر می نیمال	$\{a, e, c\}$	ب
مجموعه ی احاطه گر می نیمم	$\{f, b\}$	پ
مجموعه ی احاطه گر می نیمال بنویسید که می نیمم نباشد	$\{a, e, c\}$	ت

۷: در گراف شکل مقابل،



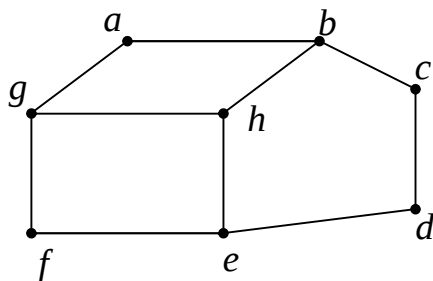
الف : مجموعه ی احاطه گری بنویسید که می نیمال باشد ولی می نیمم نباشد.

ب : عدد احاطه گری این گراف را تعیین کنید.

حل:

الف : $\{a, h, c, e, f\}$

ب : $\gamma(G) = 2 \leq \left\lceil \frac{8}{4+1} \right\rceil = 2$ و چون $\{b, d\}$ یک مجموعه‌ی احاطه گر پس $\gamma(G) = 2$



۸: با توجه به گراف مقابل، به سؤالات زیر پیرامون هر یک از

مجموعه های زیر پاسخ دهید.

$$A = \{b, d, g, h\} \text{ و } B = \{a, d, e\}$$

$$C = \{d, g, h\} \text{ و } D = \{d, g\}$$

الف : کدام یک از مجموعه های زیر یک مجموعه‌ی احاطه گر است؟

ب : از مجموعه های احاطه گر فوق کدام ها احاطه گر می نیمال است؟

پ : از مجموعه های احاطه گر فوق کدام ها احاطه گر می نیمم است؟

ت : عدد احاطه گری را تعیین کنید.

حل :

الف : مجموعه های A و B و C احاطه گر هستند ولی مجموعه‌ی D احاطه گر نیست.

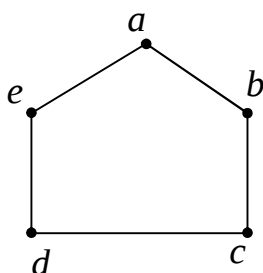
ب : مجموعه های B و C احاطه گر می نیمال هستند ولی مجموعه‌ی A احاطه گر می نیمال نیست.

پ : مجموعه های B و C احاطه گر می نیمم هستند ولی مجموعه‌ی A احاطه گر می نیمم نیست.

ت : $\gamma(G) = 2 \leq \left\lceil \frac{8}{3+1} \right\rceil = 2$ ولی $\{h, d, g\}$ یک مجموعه‌ی احاطه گر است، پس $\gamma(G) = 3$

۹: یک گراف ۲ – منتظم ۵ رأسی رسم کنید که دارای بیش از یک مجموعه‌ی احاطه گر می نیمم با اندازه‌ی ۲

باشد. حداقل دو تا از مجموعه های احاطه گر می نیمم آن را بنویسید.

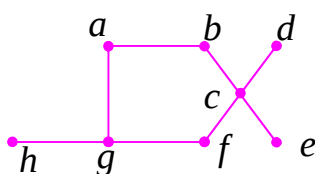


حل: مجموعه های احاطه گر می نیمم ، مجموعه های زیر می باشند.

$\{a, c\}$ و $\{a, d\}$

۱۰: یک گراف ۸ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که دارای فقط یک مجموعه ی احاطه گر باشد.

حل: در گراف مقابل تنها مجموعه ی $\{c, g\}$ احاطه گر می نیمم می باشد.



۱۱: در هر مورد جای خالی را طوری کامل کنید که گزاره ی حاصل درست باشد.

الف : تعداد عضو های یک مجموعه ی احاطه گر با کمترین تعداد عضو را می نامند.

ب : بیشترین تعداد اعضای یک مجموعه ی احاطه گر برابر تعداد گراف است.

پ : یک مجموعه ی احاطه گر را که با حذف هر یک از رأس هایش، دیگر احاطه گر نباشد، احاطه گر می نامند.

حل: الف : عدد احاطه گری ب : رئوس پ : می نیمال

۱۲: گراف G از مرتبه ی ۷ دارای یک مجموعه ی احاطه گر می نیمم با اندازه ی ۳ است. حداکثر مقدار بزرگترین

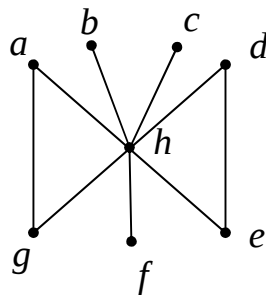
درجه ی رئوس (Δ) چه عددی است.

حل:

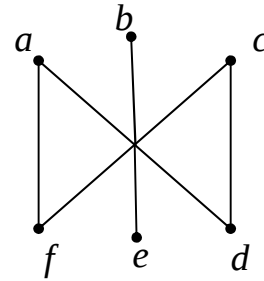
$$\left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil \leq 3 \rightarrow \left\lceil \frac{7}{\Delta + 1} \right\rceil \leq 3 \rightarrow 2 \leq \frac{7}{\Delta + 1} < 3$$

با این شرایط حداکثر مقدار Δ برابر ۲ می باشد.

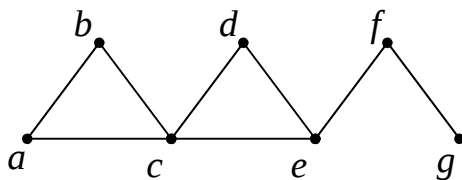
۱۳: در هر یک از گراف های زیر، ابتدا کران پایین برای عدد احاطه گری و سپس عدد احاطه گر آن را مشخص کنید.



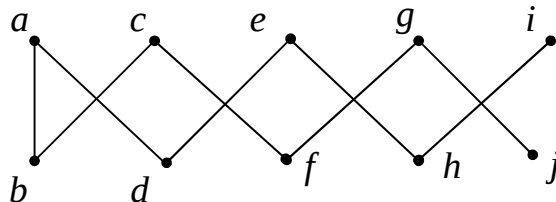
(G_1)



(G_2)



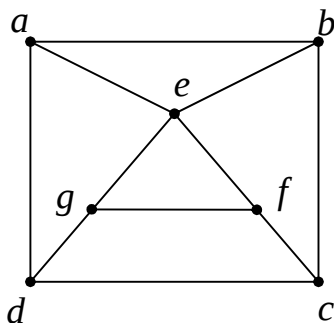
(G_3)



(G_4)

حل:

گراف	کران پایین	مجموعه ی احاطه گر	عدد احاطه گری
G_1	$\left\lceil \frac{8}{7+1} \right\rceil = 1 \leq \gamma(G_1)$	$\{h\}$	$\gamma(G_1) = 1$
G_2	$\left\lceil \frac{6}{2+1} \right\rceil = 2 \leq \gamma(G_2)$	$\{a, b, c\}$	$\gamma(G_2) = 3$
G_3	$\left\lceil \frac{7}{4+1} \right\rceil = 2 \leq \gamma(G_3)$	$\{g, c\}$	$\gamma(G_3) = 2$
G_4	$\left\lceil \frac{10}{2+1} \right\rceil = 4 \leq \gamma(G_4)$	$\{g, c, d, h\}$	$\gamma(G_4) = 4$



۱۴: با توجه به گراف شکل مقابل ، مجموعه های احاطه گری زیر نوشته شده است.

$$A = \{a, b, c, e, g\} \text{ و } B = \{b, c, f, g\} \text{ و } C = \{a, d, f, c\}$$

الف : در هر مورد با حذف برخی رئوس، مجموعه‌ی داده شده را به یک مجموعه‌ی احاطه گر می نیمال تبدیل کنید.

ب : یک مجموعه‌ی احاطه گر می نیمم برای این گراف را بنویسید.

پ : عدد احاطه گر این گراف را مشخص کنید.

حل :

الف : در مجموعه‌ی A اگر رئوس a و b را حذف کنیم، مجموعه‌ی احاطه گر می نیمال می شود.

در مجموعه‌ی B اگر رأس g را حذف کنیم، مجموعه‌ی احاطه گر می نیمال می شود.

در مجموعه‌ی C اگر رئوس d و c را حذف کنیم، مجموعه‌ی احاطه گر می نیمال می شود.

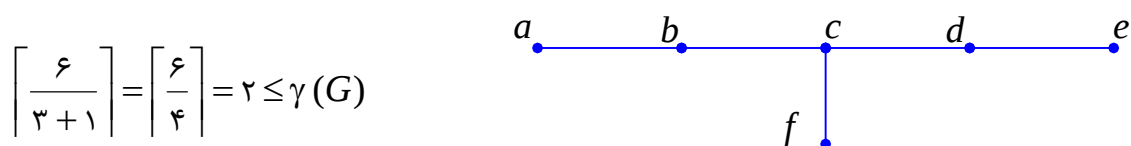
ب : مجموعه‌ی احاطه گر این گراف، مجموعه‌ی $\{e, d\}$ است.

پ : با توجه به اینکه مجموعه‌ی دو عضوی $\{e, d\}$ احاطه گر است. لذا

$$\left\lceil \frac{7}{4+1} \right\rceil = 2 \rightarrow \gamma(G) = 2$$

۱۵ : گرافی با ۶ رأس رسم کنید که عدد احاطه گر آن برابر با $\left\lceil \frac{6}{\Delta+1} \right\rceil$ نباشد.

حل :



$$\left\lceil \frac{6}{3+1} \right\rceil = \left\lceil \frac{6}{4} \right\rceil = 2 \leq \gamma(G)$$

پس کران پایین عدد احاطه گرین این گراف ۲ است. اما چون مجموعه‌ی احاطه گر گراف $\{a, d, c\}$ می باشد.

لذا

$$\gamma(G) = 3$$

تهیه کننده : گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان

آبان ۱۳۹۷

((صفحه‌ی ۷))