

چند نمونه سؤال در مورد مربع های لاتین

ریاضیات گسسته پایه ۱۲ ریاضی فیزیک

۱: یک مربع لاتین از مرتبه‌ی چهار رسم کنید.

حل:

۱	۲	۴	۳
۲	۳	۱	۴
۳	۴	۲	۱
۴	۱	۳	۲

۲: با توجه به مربع لاتین زیر، حاصل $x + yz$ را به دست آورید.

x	۲	z
۲	y	۳
۱	۳	۲

حل: با توجه به تعریف مربع لاتین، واضح است که $x = 3$ و $y = 1$ و $z = 1$ پس

$$x + yz = 3 + (1)(1) = 4$$

۳: با اعمال جایگشت روی ۱ و ۲ و ۳ یک مربع لاتین دیگر بنویسید.

۳	۲	۱
۲	۱	۳
۱	۳	۲

حل:

$$1 \rightarrow 3$$

$$2 \rightarrow 1$$

$$3 \rightarrow 2$$

۲	۱	۳
۱	۳	۲
۳	۲	۱

۴: آیا دو مربع لاتین زیر متعامد هستند؟ چرا؟

$$A = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline ۴ & ۱ & ۲ & ۳ \\ \hline ۲ & ۳ & ۴ & ۱ \\ \hline ۳ & ۴ & ۱ & ۲ \\ \hline ۱ & ۲ & ۳ & ۴ \\ \hline \end{array} \quad B = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline ۳ & ۴ & ۱ & ۲ \\ \hline ۴ & ۱ & ۲ & ۳ \\ \hline ۲ & ۳ & ۴ & ۱ \\ \hline ۱ & ۲ & ۳ & ۴ \\ \hline \end{array}$$

حل: خیر، مربع زیر که از تلفیق آنها به دست آمده دارای دو درایه‌ی مساوی است.

۴۳	۱۴	۲۱	۳۲
۲۴	۳۱	۴۲	۱۳
۳۲	۴۳	۱۴	۲۱
۱۱	۲۲	۳۳	۴۴

۵: آیا دو مربع لاتین زیر متعامد هستند؟ چرا؟

$$A = \begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline b & c & a \\ \hline c & a & b \\ \hline \end{array} \quad B = \begin{array}{|c|c|c|} \hline c & a & b \\ \hline b & c & a \\ \hline a & b & c \\ \hline \end{array}$$

حل: بلی، مربع زیر که از تلفیق آنها به دست آمده، درایه‌های مساوی ندارد.

ac	ba	cb
bb	cc	aa
ca	ab	bc

۶: قرار است ۳ کارگر با ۳ نوع ماشین رنگ سازی و ۳ نوع رنگ متفاوت در سه روز اول هفته کار کنند. به گونه

ای که هر کارگر با هر نوع ماشین و هر نوع رنگ دقیقاً یک بار کار کرده باشد و هر رنگ در هر ماشین دقیقاً یک بار به کار گرفته شود. برای حل این مسئله برنامه ریزی کنید.

¹ . کنار هم قرار داده دایره‌های نظیر به نظیر از دو مربع به یک ترتیب

حل: کافی است دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ تشکیل دهیم. فرض کنید که W نام کارگراها و اعداد نوع

ماشین و حروف لاتین نوع رنگ باشند. در این صورت چون دو مربع لاتین زیر متعامد هستند، پس از تلفیق آنها

مربع جدیدی حاصل می شود که جواب مسئله است.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc}
 W_1 & W_2 & W_3 \\
 \hline
 1 & 2 & 3 \\
 2 & 3 & 1 \\
 3 & 1 & 2
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{شنبه} \\
 \text{یکشنبه} \\
 \text{دوشنبه}
 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc}
 W_1 & W_2 & W_3 \\
 \hline
 c & a & b \\
 b & c & a \\
 a & b & c
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{شنبه} \\
 \text{یکشنبه} \\
 \text{دوشنبه}
 \end{array}
 \end{array}
 \\
 \Rightarrow
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc}
 W_1 & W_2 & W_3 \\
 \hline
 1c & 2a & 3b \\
 2b & 3c & 1a \\
 3a & 1b & 2c
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{شنبه} \\
 \text{یکشنبه} \\
 \text{دوشنبه}
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

۷: قرار است ۴ مهندس کامپیوتر با ۴ کامپیوتر مختلف روی ۴ نرم افزار متفاوت در ۴ روز اول هفته کار کنند، به

طوری که هر مهندس با هر کامپیوتر و هر نرم افزار دقیقاً یک بار کار کند و نیز هر نرم افزار در هر کامپیوتر دقیقاً

یک بار استفاده شود. برای این مسئله برنامه ریزی کنید.

حل: کافی است دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ تشکیل دهیم. فرض کنید که W نام مهندس ها و اعداد نوع

کامپیوتر و حروف لاتین نوع نرم افزار باشند. در این صورت چون دو مربع لاتین زیر متعامد هستند، پس از تلفیق

آنها مربع جدیدی حاصل می شود که جواب مسئله است.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 W_1 & W_2 & W_3 & W_4 \\
 \hline
 2 & 3 & 4 & 1 \\
 3 & 2 & 1 & 4 \\
 4 & 1 & 2 & 3 \\
 1 & 4 & 3 & 2
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{شنبه} \\
 \text{یکشنبه} \\
 \text{دوشنبه} \\
 \text{سه شنبه}
 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 W_1 & W_2 & W_3 & W_4 \\
 \hline
 b & c & d & a \\
 d & a & b & c \\
 a & d & c & b \\
 c & b & a & d
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{شنبه} \\
 \text{یکشنبه} \\
 \text{دوشنبه} \\
 \text{سه شنبه}
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

	w_1	w_2	w_3	w_4	
\Rightarrow	۲b	۳c	۴d	۱a	شنبه
	۳d	۲a	۱b	۴c	یکشنبه
	۴a	۱d	۲c	۳b	دوشنبه
	۱c	۴b	۳a	۲d	سه شنبه

۸: دو مربع لاتین از مرتبه ۵ رسم کنید که متعامد باشند.

حل: ابتدا یک مربع لاتین از مرتبه ۵ تشکیل می دهیم. سپس با توجه به تعویض سطرها مربع دیگری متعامد

با آن می توان تشکیل داد.

۱	۲	۳	۴	۵		۵	۱	۲	۳	۴
۲	۳	۴	۵	۱		۴	۵	۱	۲	۳
۳	۴	۵	۱	۲		۳	۴	۵	۱	۲
۴	۵	۱	۲	۳		۲	۳	۴	۵	۱
۵	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴	۵

$$\begin{aligned} R_1 &\leftrightarrow R_5 \\ R_2 &\leftrightarrow R_4 \end{aligned} \Rightarrow$$

۹: مربع لاتین زیر را در نظر بگیرید و سپس مربع لاتین دیگری تشکیل دهید که با آن متعامد باشد.

ریاضی	فیزیک	شیمی
شیمی	ریاضی	فیزیک
فیزیک	شیمی	ریاضی

حل: تعویض سطرها مربع دیگری متعامد با آن می توان تشکیل داد.

	ریاضی	شیمی	فیزیک
$R_1 \leftrightarrow R_3 \Rightarrow$	فیزیک	ریاضی	شیمی
	شیمی	فیزیک	ریاضی

۱۰: در شکل زیر مربع های لاتین B و A متعامد هستند. خانه های خالی را کامل کنید.

$$A = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline ۱ & ۲ & ۳ & ۴ & ۵ \\ \hline ۲ & ۳ & ۴ & ۵ & ۱ \\ \hline ۳ & ۴ & ۵ & ۱ & ۲ \\ \hline ۴ & ۵ & ۱ & ۲ & ۳ \\ \hline ۵ & ۱ & ۲ & ۳ & ۴ \\ \hline \end{array}$$

$$B = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline ۵ & ۱ & ۲ & ۳ & ۴ \\ \hline & & & & \\ \hline ۳ & ۴ & ۵ & ۱ & ۲ \\ \hline & & & & \\ \hline ۱ & ۲ & ۳ & ۴ & ۵ \\ \hline \end{array}$$

حل: با توجه با اینکه مربع B یک مربع لاتین و متعامد با A است. لذا خانه های خالی را می توان به شکل زیر

تکمیل کرد.

$$B = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline ۵ & ۱ & ۲ & ۳ & ۴ \\ \hline ۴ & ۵ & ۱ & ۲ & ۳ \\ \hline ۳ & ۴ & ۵ & ۱ & ۲ \\ \hline ۲ & ۳ & ۴ & ۵ & ۱ \\ \hline ۱ & ۲ & ۳ & ۴ & ۵ \\ \hline \end{array}$$

۱۱: درستی یا نادرستی هر یک از گزاره های زیر را تعیین کنید.

الف: فقط یک مربع لاتین از مرتبه ی ۱ وجود دارد.

ب: هر دو مربع لاتین مرتبه ی ۲ متعامد هستند.

پ: مربع لاتین حاصل از اعمال جایگشت روی اعضای یک مربع لاتین دلخواه می تواند با مربع اولیه متعامد باشد.

ت: با تعویض جای سطرهای یک مربع لاتین، همواره مربع لاتین دیگری متعامد با آن به دست می آید.

ث: مربع حاصل از تلفیق (کنار هم قرار داده دایره های نظیر) دو مربع لاتین، یک مربع لاتین است.

حل: الف: درست ب: نادرست پ: نادرست ت: نادرست ث: نادرست

تهیه کننده: گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه استان خوزستان

آذر ۱۳۹۷